

## 研究論文

# 付加製造技術を用いたフラクタル構造物が 及ぼす光学的デザインの検証

杉山儀<sup>\*1</sup>

## Verification of Optical Design Effects of Fractal Structures Using Additive Manufacturing Technology

Tadashi SUGIYAMA<sup>\*1</sup>Research Support Department<sup>\*1</sup>

フリーの CAD ソフトを用いて、フラクタル構造をもった照明具モデルのプログラム作成による 3D モデリングを行った。この設計手法により、パラメータとしたモデルの大きさやフラクタル性の範囲などを自由かつ容易に変更できるモデリングが可能となった。また 3D プリンタを用いて、そのモデルを造形することで、フラクタル構造物のデザイン設計から造形までの一連の工程を確立した。光学的デザインの検証として、造形した照明具モデルに光を灯し、モデルを通して投影される光と影の模様を観察した。

### 1. はじめに

フラクタルは自然科学から経済科学、デザイン工学まで幅広い分野で応用されている。フラクタルは自身を構成する上で、自身の縮小コピーを無限に繰り返す性質がある。これを自己相似性という。フラクタル図形はこのように極めてシンプルな規則性をもっているが、見た目は大変複雑な形状であるため、その構造物を削り出し等の従来の加工方法(除去法)で造形することは極めて難しい。一方、従来の加工方法と対比される付加製造技術は、3D 物体を作るために材料を積層して造形する加工法であるが、フラクタルとの親和性が非常に高い造形技術である。本研究では、その付加製造技術を有する積層造形装置、つまりは 3D プリンタを用いて、フラクタルで構成された照明具の造形を試みる。

またフラクタルは、一般的な次元とは異なるフラクタル次元を定義することができる。この次元は自己相似性の複雑さによってどれだけ空間を満たしているかの指標として非整数になりうる。なお線分や立方体などの一般的な図形のフラクタル次元は、一般的な整数次元と一致する。フラクタル次元の定義はいくつかあるが、本研究ではボックス次元(箱数え次元)<sup>1)</sup>でフラクタルを考察している。

例えば、自然界にある樹木はフラクタル次元がおおよそ 2 であることが知られている<sup>2)</sup>。一般的には 3 次元的な構造をもつ樹木は、フラクタル次元がおおよそ 2 の構造をもつことで太陽光を吸収するのに最適な平面構造をもつ

ていると考えられている。また太陽光が樹木を通して現れる木漏れ日には、リラックス効果やストレス軽減効果があると言われていることから、本研究ではフラクタル構造物を通して現れる木漏れ日のような光と影の模様を再現できないかと考えた。

### 2. 実験方法

#### 2.1 企画・設計方法

一般的に取り上げられるフラクタル図形の例として、シェルピンスキーのガスケット(図 1 左)は、自己相似性を持ち、フラクタル次元が 1.584... である。この図形は、三角形の一辺を 1/2 にした三角形を、3 つ作ることを無限に繰り返すことで構成されている。ボックス次元の定義から  $\log 3 / \log 2$  より 1.584... が求められる。

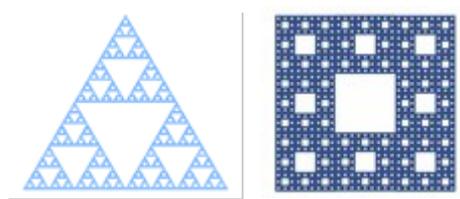


図 1 シェルピンスキーのガスケット(左)とカーペット(右)

またフラクタルを現実世界において考える場合、フラクタル性の範囲というスケールを考慮しなければならぬ。それは実世界のフラクタルの微小部の形の大きさには限りがあり、小さすぎるスケールは構成できないため

<sup>\*1</sup> 共同研究支援部 試作評価室 (現技術支援部 試作評価室)

である。本研究では、3D プリントを用いて造形できる限界の大きさのミリ単位までをフラクタル性の範囲とした。これらのことから、本研究ではフラクタル次元が 2 に近い 1.89…の次元をもつシェルピンスキーのカーペット(図 1 右)と 1.584…の次元をもつシェルピンスキーのガasketを照明具に応用する。

照明具モデルの設計には、オープンソースの無償の CAD ソフトウェア「OpenSCAD」を用いた。このソフトは、プログラム記述による設計が可能であり、幾何学的、機械的な複雑な形状を作ること得意としている。このソフトにより、モデルの大きさやフラクタル性の範囲などをパラメータとして設定し、その値を自由に変更することで、容易にフラクタル形状の複雑さを変更することができる。さらに 3D プリントに入力するデータが STL 形式となるため、そのモデルを STL 形式で出力できることは、このソフトを使う大きな利点となった。

## 2.2 積層造形装置

照明具モデルを造形するための装置(3D プリント)は、3D システムズ製の sPro60HD-HS やキーエンス製の AGILISTA-3110 を用いた。モデルの材料は、それぞれナイロンやアクリル系樹脂である(表 1)。

表 1 使用した 3D プリントについて

造形方法	粉末床溶融結合法	材料噴射法
メーカー・型番	3D システムズ・sPro60HD-HS	キーエンス・AGILISTA-3110
材料	ナイロン 12	アクリル系樹脂
積層ピッチ	100 $\mu$ m	15~20 $\mu$ m
造形エリア	381×330×457 mm	297×210×200 mm

## 2.3 検証・評価方法

照明具モデルが及ぼす光と影の模様となる光学的デザインの検証には、オープンソースの無償の 2D・3DCG ソフトウェア「Blender」を用いてシミュレーションを行った。このソフトは、シミュレーション以外にモデリングやリギング、VFX、映像編集なども行うことができ、CG アニメーションの作製にも使われている。

シミュレーション後の実際の評価には、造形した照明具モデルを暗箱内に置いて、LED 電球と白熱電球の二種類をそれぞれ光源として照明具モデル内に配置して、照明具モデルを通して壁面に投影される光と影の模様を観察した。なお白熱電球は、発光部が一つであり、光の色が電球色であるのに対して、LED 電球は上面に二つ、四つの側面にそれぞれ二つずつの発光部が付いており、光の色は昼白色である(図 2)。



図 2 左から白熱電球、LED 電球、暗箱(42×35×34cm)

## 3. 実験結果及び考察

### 3.1 企画・設計

#### 3.1.1 シェルピンスキーのカーペットの応用

シェルピンスキーのカーペットを応用した照明具モデルの設計プログラムを一部抜粋する(図 3)。このプログラムの赤枠部分は自己相似性を表す再帰部分である。

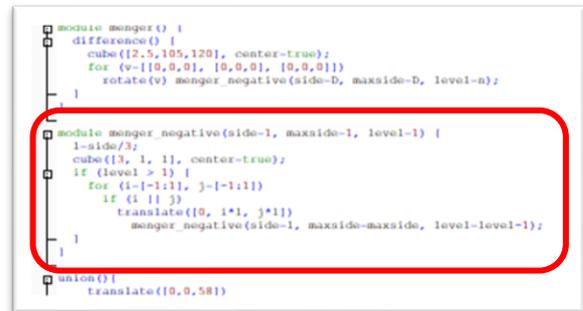


図 3 シェルピンスキーのカーペットの照明具モデルの設計プログラム(一部抜粋)

この再帰部分により、フラクタル性の範囲の値を大きくして形状を複雑にしたり、小さくして単純にしたりすることができる。

シェルピンスキーのカーペットのフラクタル性の範囲が 4 の照明モデルは、図 4 のとおりである。このとき、一番小さい穴となる四角形の一辺は約 1.2mm である。

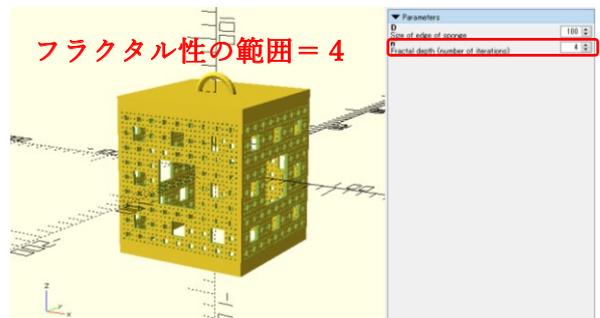


図 4 シェルピンスキーのカーペットの照明具モデル

#### 3.1.2 シェルピンスキーのガasketの応用

シェルピンスキーのガasketを応用した照明具モデルの設計プログラムを一部抜粋する(図 5)。このプログ

ラムの赤枠部分もまた自己相似性を表す再帰部分である。

```

module sierpinski() {
  difference() {
    polygon(points=[[D,0],[0,D],[0,0]],
    paths=[[0,1,2]]);
    negative_sierpinski(side=D-m, level=n);
  }
}

module negative_sierpinski(side=1, level=1) {
  1-side/2;
  polygon(points=[[1,m],[m,1],[1,1]],
  paths=[[0,1,2]]);
  if(level>1) {
    for(i=[0,1], j=[0,1]) {
      translate([i,j,0]) {
        negative_sierpinski(side=1, level=level-1);
      }
    }
  }
}

module sierp() {
  linear_extrude(height=2.5) {

```

図5 シェルピンスキーのガスケットの照明具モデルの設計プログラム(一部抜粋)

この照明具モデルは、一つの側面に注目すると二つのシェルピンスキーのガスケットを上下逆さまに並べて構成している(図6)。プログラムを実行することでモデルは生成されるが、モデルの三角形と三角形の接点の大きさが、モデル生成において重要な要素であることが分かった。図6では接点の大きさが0となるためモデルは生成されず、接点に大きさをもたせることではじめてモデルを生成することができた(図7)。

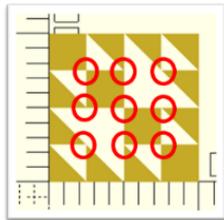


図6 接点の大きさが0のシェルピンスキーのガスケットの照明モデルの一側面

またこのプログラムを実行するとモデルが生成されること以外にフラクタル性の範囲や接点の大きさを変更できるスピンドットも操作画面上に生成される(図7)。図7は、シェルピンスキーのガスケットのフラクタル性の範囲が2の照明具モデルである。このとき、接点の大きさは2mmである。



図7 シェルピンスキーのガスケットの照明具モデル

### 3.2 積層造形

CADソフトで作成した二種類の照明具モデルを3Dプリンタを用いて造形した。図8、図9の照明具モデルは、フラクタル性の範囲の値を大きくするほど複雑な形状となっている。またシェルピンスキーのカーペットのフラクタル性の範囲が4のときは、一番小さい穴となる正方形の辺が約1.2mmである。

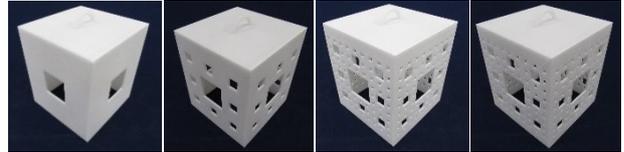


図8 シェルピンスキーのカーペットの照明具モデル(材料:ナイロン、左からフラクタル性の範囲が1,2,3,4)

シェルピンスキーのガスケットのフラクタル性の範囲が5のときは、一番小さい穴となる三角形の一辺が約1.0mmである。

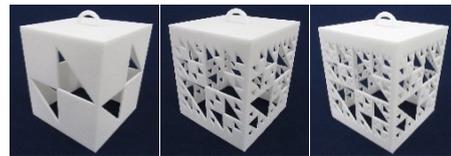


図9 シェルピンスキーのガスケットの照明具モデル(材料:ナイロン、左からフラクタル性の範囲が1,3,5)

また図10のとおり、透明のアクリル樹脂でも照明具モデルを造形した。



図10 アクリル系樹脂で造形した照明具モデル(左:シェルピンスキーのカーペット、フラクタル性の範囲が4、右:シェルピンスキーのガスケット、フラクタル性の範囲が5)

### 3.3 検証・評価

#### 3.3.1 検証(投影シミュレーション)

CADソフトで作成した二種類の照明具モデルを用いて、光と影の模様が投影された際のシミュレーションを行った。実物に合わせて電球モデルも作成している。

図11、図12のとおり、LED電球のときは電球各面に2つずつの発光部があるため、シェルピンスキーのカーペットもガスケットも、二重三重に重なるような光と影の模様が生成された。また投影された光と影の模様の光部に注目すると、光部もまたフラクタルであることを確認した。

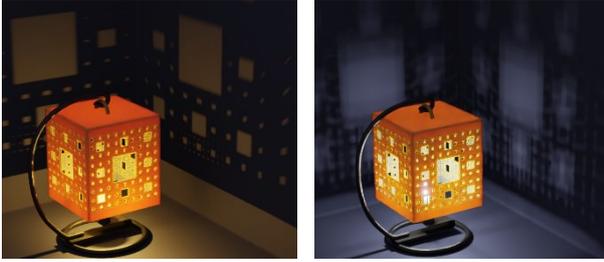


図 11 シェルピンスキーのカーペットの照明具モデルの投影シミュレーション  
(左:白熱電球、右:LED電球)



図 12 シェルピンスキーのガスケットの照明具モデルの投影シミュレーション  
(左:白熱電球、右:LED電球)

### 3.3.2 評価(実投影)

ナイロン材料で造形した二種類の照明具モデルを用いて、実際の光と影の模様を観察した(図 13、図 14)。

LED電球のときは、3.3.1と同様の投影結果となり、シミュレーションに用いたソフト「Blender」が照明具モデルの光学的デザインの検証に十分利用できることを確認した。

またアクリル系樹脂で造形した二種類の照明具モデルでも投影模様を観察した。ナイロン材料のときと同様な光と影の模様であったが、アクリル系樹脂は光の透過率がナイロンに比べて高いため、ナイロン材料と比べて光と影のコントラストが弱いことが確認された。



図 13 シェルピンスキーのカーペットのナイロン材料の照明具モデルの実投影  
(左:白熱電球、右:LED電球)



図 14 シェルピンスキーのガスケットのナイロン材料の照明具モデルの実投影  
(左:白熱電球、右:LED電球)

## 4. 結び

本研究の結果は、以下のとおりである。

- (1) シェルピンスキーのカーペット及びガスケットを照明具に応用して、設計、造形、検証・評価を行うことで、フラクタル構造をもつモデルのデザインの企画・設計から造形までの一連の工程を確立した。
- (2) フラクタルが及ぼす光学的デザインの検証・評価を行うことで、その投影された光部分もまたフラクタルであることを確認した。

なお、本研究では企画・設計、造形、検証・評価の順に章立てを行っているが、実際の製造現場における一連の工程にこれらを活用する場合、企画・設計、検証のループを回し、造形、評価に移っていくものである。

最後に、自然界にある多数のフラクタルは、自然が長い年月をかけて生み出した優れた機能性を備えた構造であることから、それらを様々な産業分野に応用できればと考える。

## 謝辞

本研究の実施に当たり、照明具モデルの投影シミュレーションにご協力いただきました技術支援部の加藤奈央様に感謝申し上げます。

## 文献

- 1) ケネス・ファルコナー: フラクタル, 162(2020), 岩波書店
- 2) 酒井敏, 中村美紀, 大西将徳, 飯澤功, 古屋姫美愛: 日本ヒートアイランド学会誌, 5, 17(2010)